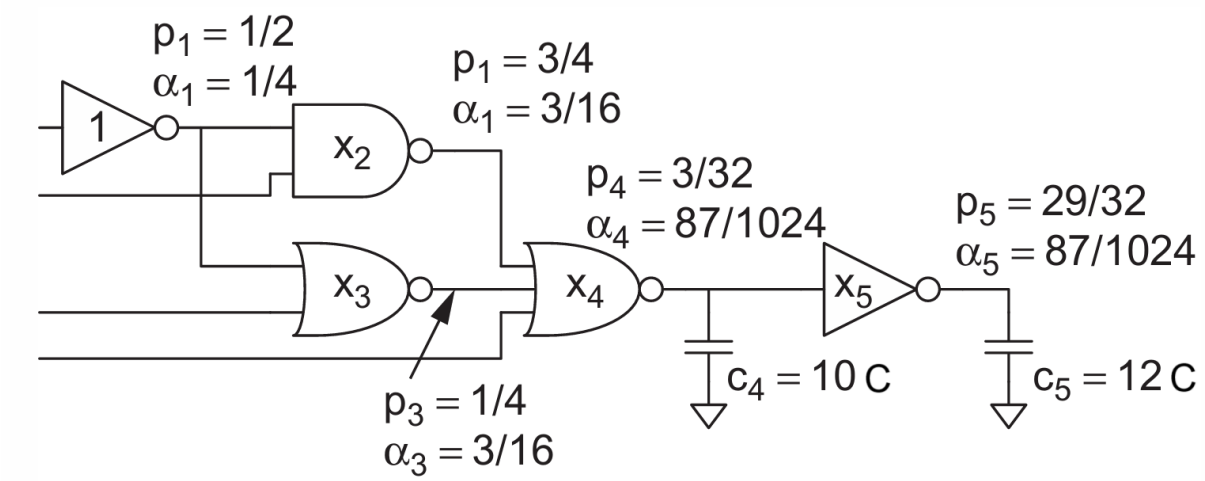
-1

الف)در شکل زیر *activity factor* و احتمال یک بودن برای تمامی گره‌ها مشخص شده است:



ب) حال باید خازن مجموع هرگره را محاسبه کرده و توان سوئیچینگ هرگره را به دست آوریم. مجموع این توان‌ها، توان سوئیچینگ کل را به ما می‌دهد:

$$P = \sum_{i=1}^{5} C_i V_{DD}^2 f \alpha_i = V_{DD}^2 f \sum_{i=1}^{5} C_i \alpha_i =$$

$$V_{DD}^2 f C \left(\frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{4} \times 4x_2 + \frac{1}{4} \times 5x_3 + \frac{1}{4} \times 7x_4 + \frac{1}{4}(3 + 4x_2 + 5x_3) + \frac{3}{16}(6x_2 + 7x_4) + \frac{3}{16}(6x_3 + 7x_4) + \frac{87}{1024}(10 + 9x_4 + 3x_5) + \frac{87}{1024}(12 + 3x_5) \right)$$

- *Primary Inputs*

-2

$$P = IV \rightarrow 20\ \mu W = 1.8 \times I \rightarrow I = 11.11\ \mu A$$
$$V_{DD_V} = 0.95\ V_{DD} = 1.71\ V$$
$$V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD_v} - V_{DD} = 1.71 - 1.8 = -0.09\ V$$
$$|V_{DS}| < |V_{GS}| - |V_{tp}| \rightarrow 0.09 < 1.8 - 0.4 \rightarrow 0.09 < 1.4\ : Triode$$
$$I = 11.1 \times 10^{-6} = \acute{K}_p \times \frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{tp} - \frac{1}{2}V_{DS}\right)V_{DS}$$

$$= 30 \times 10^{-6} \times \frac{W}{L}(-1.8 + 0.4 + 0.045) \times -0.09 \rightarrow \boxed{\frac{W}{L} = 3}$$

3- در این سوال، گیت‌هایی که از ساختار static CMOS بهره می‌برند با توجه به ایده‌آل بودن rise و fall سیگنال‌های ورودی، هیچگاه منبع ولتاژ به زمین اتصال کوتاه نخواهد شد.

اما گیت‌های Pseudo NMOS زمانی که مسیرپایین‌بر آنها متصل باشد اتصال کوتاه می‌شوند. با توجه به فرض سوال مبنی براینکه در این حالت ترانزیستورهای PMOS در این ساختارها در ناحیه اشباع قرار می‌گیرند، می‌توان جریان کشیده شده از منبع و سپس توان اتصال کوتاه هرگیت را محاسبه کرد. سپس تعداد کل گیت‌های با ساختار Pseudo NMOS را به دست آورده و با احتساب اینکه نیمی از اوقات این توان از منبع کشیده می‌شود، توان اتصال کوتاه کل سیستم را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{1}{2}K_p\left(V_{GS} - V_{tp}\right)^2 = 5 \times 10^{-6}(-2+1)^2 = 5 \times 10^{-6}\ A$$
$$P = IV = 5 \times 10^{-6} \times 2 = 10^{-5}\ W$$
$$P_T = 0.5 \times 10^5 \times 0.2 \times 10^{-5} = \boxed{0.1\ W}$$

-4

برای حالتی که N معکوس‌کننده داشته باشیم، تاخیر را محاسبه می‌کنیم:

$$G = \prod g_i = 1$$
$$H = \frac{C_{out}(path)}{C_{in}(path)} = \frac{64}{1} = 64$$
$$B = 1$$
$$F = GHB = 1 \times 64 \times 1 = 64$$
$$\hat{f} = \sqrt[N]{F} = \sqrt[N]{64}$$
$$\min(Delay) = N\hat{f} + \sum_{i=1}^{N} P_i = N\sqrt[N]{64} + \sum_{i=1}^{N} 1 = \boxed{N\sqrt[N]{64} + N}$$

از رابطه بالا، کمترین تاخیر به ازای هرتعداد لایه ممکن را می‌توانیم به دست آوریم. حال به کمک این رابطه می‌توان N هایی را یافت که کمترین تاخیر به ازای آنها از 20τ کمتر است:

$$N = 1 : \min(Delay) = 65\tau$$
$$\boxed{N = 2 : \min(Delay) = 18\tau}$$
$$\boxed{N = 3 : \min(Delay) = 15\tau}$$

$$\boxed{N = 4 : \min(Delay) = 15.3\tau}$$

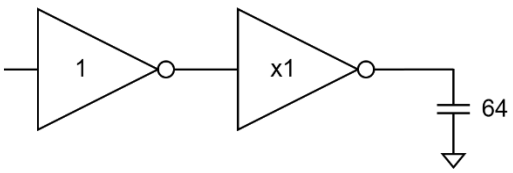
$$\boxed{N = 5 : \min(Delay) = 16.49\tau}$$

$$\boxed{N = 6 : \min(Delay) = 18\tau}$$

$$\boxed{N = 7 : \min(Delay) = 19.68\tau}$$

$$N = 8 : \min(Delay) = 21.45\tau$$

با توجه به محاسبات بالا، اگر تعداد طبقات ما بیشتر از 7 باشد یا اینکه کمتر از 2 باشد، کمترین تاخیر از حد مشخص شده برای ما (20τ) بیشتر خواهد بود که مطلوب ما نیست. حال میخواهیم تعداد طبقه‌ها را به گونه‌ای تنظیم کنیم که از نظر توان وضعیت بهتری داشته باشیم. با توجه به این نکته که در این بافر تماما inverter داریم Activity factor برای تمامی گره‌ها فارغ از تعداد طبقات برابر 0.25 است و هرچه خازن کل سیستم بیشتر باشد توان مصرفی نیز بیشتر خواهد بود. از طرفی با افزایش تعداد طبقه‌ها خازن کل بافر نیز بیشتر می‌شود که مطلوب نیست. پس می‌توان گفت هرچه تعداد گیت‌ها کمتر باشد، به لحاظ توان اوضاع بهتری خواهیم داشت. به همین منظور N=2 بهترین تعداد طبقه برای ما خواهد بود. حال باید سایز این دوطبقه را به گونه‌ای تنظیم کنیم که کمترین توان سوئیچینگ را داشته باشند در حالی که تاخیر سیستم از 20τ بیشتر نشود:



$$Switching\ Power \propto \frac{1}{4}(1 + x_1) + \frac{1}{4}(x_1 + 64) = \frac{1}{4}(65 + 2x_1)$$

پس می‌توان گفت هرچه سایز گیت دوم کمتر باشد، توان کمتری مصرف خواهد شد. از طرفی باید تاخیر از 20τ بیشتر نشود. تاخیر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$delay = g_1h_1 + p_1 + g_2h_2 + p_2 = 1 \times x_1 + 1 + 1 \times \frac{64}{x1} + 1 < 20$$

$$\rightarrow x_1 + \frac{64}{x1} < 18 \rightarrow x_1^2 + 64 - 18x_1 < 0 \rightarrow \boxed{4.87 < x_1 < 13.123}$$

با توجه به اینکه می‌خواهیم توان کمترین مقدار را داشته باشد، باید کوچکترین ابعاد را برای گیت خود انتخاب کنیم:

$$\boxed{x_1 = 4.87}$$